

Solution de fiche TD6

Exercice 1 :

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le système étudié est un solide de masse m . Les forces appliquées, ramenées au centre d'inertie du solide, sont (figure 1) :

$\vec{P} = m\vec{g}$ (verticale vers le bas); \vec{R}_n (réaction normale du sol car pas de frottement) et \vec{T} (tension du fil).

- 1) Le centre d'inertie du solide est immobile dans le référentiel terrestre si :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = \vec{p} + \vec{R}_n + \vec{T} = \vec{0}$$

- 2) En projetant sur les axes du repère, on obtient : $mg \sin \alpha = T$ et $R_n = mg \cos(\alpha)$
 3) Le fil est remplacé par un ressort. La tension du ressort est proportionnelle à son allongement. On a donc : $T = k(l-l_0) \Rightarrow (l-l_0) = \frac{mg}{k} \sin(\alpha) \Rightarrow l = l_0 + \frac{mg}{k} \sin(\alpha)$
 4) La tension est remplacée par la force de frottement \vec{f} (figure 2)

On a donc $f = mg \sin \alpha$; $R_n = mg \cos \alpha$ et la condition d'équilibre qui impose : $\mu R_n > f$.

L'équilibre est possible si : $\mu > \tan(\alpha) = f / R_n$

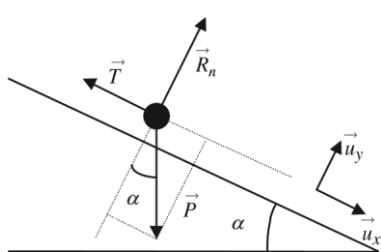


Figure 1

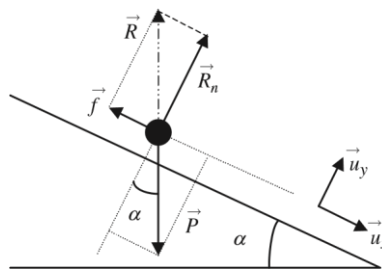


Figure 2

Si l'équilibre est réalisé, on a : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ et les deux forces ont la même ligne d'action. Le point d'application de la réaction se trouve donc à l'intersection de la surface de contact solide-sol avec la ligne d'action de \vec{P} .

Exercice 2 :

Système : la masse $m = 0,1 \text{ kg}$, référentiel terrestre galiléen. Bilan des forces (figure 3) :

$$\vec{P} (P = mg = 1 \text{ N}) \text{ et } \vec{T} (T = k(l - l_0)).$$

Principe fondamental de la dynamique :

$$\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$$

La masse m a un mouvement circulaire uniforme autour de l'axe vertical. Elle décrit un cercle de rayon $r = (l_1 + l) \sin \theta$ à la vitesse angulaire ω . L'accélération est donc normale et centripète et a pour expression $a = \omega^2 r = \omega^2 (l_1 + l) \sin \theta$ suivant l'horizontale et vers l'axe. En projetant, on obtient $T \cos \theta = mg$ et $T \sin \theta = m \omega^2 (l_1 + l) \sin \theta$.

On a donc $k(l - l_0) \cos \theta = mg \Rightarrow T = k(l - l_0) = mg / \cos(\theta) = 2 \text{ N}$.

$$(l - l_0) = \frac{mg}{k \cos(\theta)} \Rightarrow l = l_0 + 0,1 = 0,2 \text{ m}$$

$$T \sin \theta = m \omega^2 (l_1 + l) \sin \theta \Rightarrow mg = m(l_1 + l) \omega^2 \cos \theta$$

$$\omega = \left(\frac{g}{(l_1 + l) \cos(\theta)} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = 5,77 \text{ rad.s}^{-1} = 0,92 \text{ tr.s}^{-1}$$

